

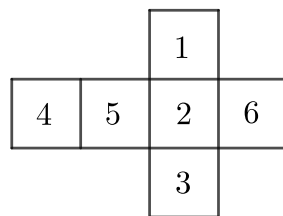
1 m3 2026 (Winter). Linz. 7th and 8th grade

1.1 Easy

1. Großvater Paul hat einen Hund gekauft. Seine Enkel Alexander, Berthold und Christian versuchen zu erraten, um welche Hunderasse es sich handelt und welche Fellfarbe der Hund hat. Alexander vermutet einen braunen Labrador, Berthold denkt, es sei ein schwarzer Spaniel, und Christian glaubt, es sei ein schwarzer deutscher Schäferhund. Welche Rasse und welche Fellfarbe hat der Hund, den der Großvater gekauft hat, wenn jeder der Enkel entweder die Rasse oder die Fellfarbe richtig erraten hat?

Antwort: Ein schwarzer Labrador.

2. In der Abbildung ist das Netz eines Würfels dargestellt. Für jede Ecke des Würfels wurde das Produkt der Zahlen berechnet, die auf den an diese Ecke angrenzenden Flächen stehen. Welche größten und kleinsten Produkte erhielt man dabei?



Antwort: 10 und 72.

3. Im Inneren einer Uhr sind 5 Zahnräder (Getrieberäder) so miteinander verbunden, dass das erste das zweite Zahnrad antreibt, das zweite das dritte, usw. Das erste Zahnrad hat 60 Zähne, das zweite 24, das dritte 18, das vierte 20, und das fünfte hat 15 Zähne. Alle Zähne sind gleich groß. Das erste Rad führte eine volle Umdrehung aus. Wie viele Umdrehungen führte dabei das fünfte Rad aus?

Antwort: 4 Umdrehungen.

4. Auf der Tafel steht die Zahl 3. Nach jeder Minute wird zu dieser Zahl ihre letzte Ziffer addiert, und das Ergebnis wird anstelle der ursprünglichen Zahl auf die Tafel geschrieben. Welche Zahl steht nach 20 Minuten auf der Tafel?

Antwort: 98.

5. Petryk hat in der linken Hosentasche dreimal so viele Kastanien wie in der

rechten. Dabei sind in der rechten Tasche 6 Kastanien weniger als in der linken. Wie viele Kastanien hat Petryk insgesamt in beiden Taschen?

Antwort: 12.

6. Aus einem $5 \times 5 \times 5$ -Würfel wurde ein Eckwürfel der Größe $2 \times 2 \times 2$ herausgeschnitten. Der verbleibende Körper wurde rot angestrichen und danach in $1 \times 1 \times 1$ -Einheitswürfel zerlegt. Wie viele von diesen Einheitswürfeln haben genau zwei rote Flächen?

Antwort: 36.

7. Auf wie viele Arten kann man aus den natürlichen Zahlen von 1 bis 100 zwei Zahlen auswählen, deren Differenz 9 beträgt und deren Produkt durch 5 teilbar ist?

Antwort: 37.

8. Jede einzelne von 10 aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen wurde um 1 verringert. Ihr Produkt verringerte sich dadurch auf ein Drittel. Ermittle die kleinste der ursprünglichen 10 Zahlen.

Antwort: 6 – die kleinste der ursprünglichen Zahlen.

1.2 Medium

9. Aus den Zahlen von 1 bis 333 wurden alle Zahlen gestrichen, die durch 7 oder 3, aber nicht gleichzeitig durch beide teilbar sind. Wie viele Zahlen wurden gestrichen?

Antwort: 143.

10. Ermittle acht aufeinanderfolgende ganze Zahlen, bei denen die Summe der ersten drei gleich der Summe der übrigen fünf ist.

Antwort: $-11, -10, -9, \dots, -4$.

11. Finde ein Paar verschiedener Ziffern x und y , das die Gleichung erfüllt:

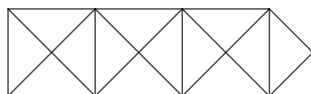
$$\frac{x}{y} + \frac{\overline{yx}}{\overline{xy}} = 2$$

Dabei bezeichnet \overline{ab} die zweistellige Zahl, die aus den Ziffern a und b besteht.

Antwort: $x = 4, y = 5$.

12. Setze aus 13 deckungsgleichen gleichschenkeligen, rechtwinkligen Dreiecken ein Fünfeck zusammen. Zeichne das Ergebnis auf.

Antwort: Zum Beispiel:



13. Um wie viel Prozent (und in welche Richtung) ändert sich das Produkt zweier positiver Zahlen, wenn man die erste Zahl um 30 % verringert und die zweite um 30 % erhöht?

Antwort: Das Produkt verringert sich um 9 %.

14. Ermittle die größte neunstellige Zahl, deren erste Ziffer durch 1, deren zweite Ziffer durch 2, ..., und deren neunte Ziffer durch 9 teilbar ist.

Antwort: 989856789.

15. Schreibe die natürlichen Zahlen von 1 bis 10 in einer Reihe so auf, dass jede folgende Zahl ein Teiler der Summe der vorhergehenden Zahlen ist. Die Reihe muss mit 10 beginnen. Ein Beispiel genügt.

Antwort: 10, 2, 4, 8, 6, 5, 7, 3, 9, 1.

16. Taras Keller ist bei einem Platzregen voll Wasser gelaufen. Er hat eine Pumpe, mit der er für das Abspumpen 6 Stunden benötigen würde. Sein Freund besitzt eine Pumpe, die die Aufgabe in 2 Stunden erledigen kann. In welcher Zeit wird das Wasser aus dem Keller gepumpt sein, wenn die beiden Freunde ihre Pumpen gleichzeitig laufen lassen?

Antwort: $\frac{3}{2}$ Stunden oder 90 Minuten.

1.3 Hard

17. Dmytro füllt eine Tabelle in „Schlangenform“ mit den natürlichen Zahlen in aufsteigender Reihenfolge beginnend bei 1 aus: In der ersten Zeile schreibt er von links nach rechts, in der zweiten Zeile geht es von rechts nach links weiter, in der dritten wieder von links nach rechts, usw. In dieser Tabelle findet man folgenden 2×2 -Ausschnitt:

18	17
27	28

Wie viele Spalten hat Dmytros Tabelle?

Antwort: 11.

18. Eine vierstellige Zahl wird durch eine zweistellige dividiert. Einige Ziffern der Rechnung und das Ergebnis sind jedoch nicht bekannt. Ersetze daher in der Gleichung $***5 : 11 = **$ die Sterne durch Ziffern, sodass eine korrekte Gleichung entsteht.

Antwort: $1045 : 11 = 95$.

19. Ermittle die größte sechsstellige Zahl, deren Ziffern alle verschieden sind und bei der jede Ziffer (außer die beiden äußeren) entweder die Summe oder die Differenz ihrer beiden Nachbarziffern ist.

Antwort: 972538.

20. Ermittle die kleinste Primzahl größer als 10, bei der sowohl die Summe als auch das Produkt der Ziffern Primzahlen sind.

Antwort: 113.

21. Ein Rechteck der Größe 101×100 ist durch Gitterlinien in Quadrate mit der Seitenlänge 1 unterteilt. In wie viele Abschnitte wird die Rechtecksdiagonale durch diese Gitterlinien unterteilt?

Antwort: 200.

22. Für welche kleinste Zahl n kann man auf einem 10×10 -Brett n Türme und n Könige so aufstellen, dass sie alle Felder des Brettes kontrollieren? Gib zusätzlich ein Beispiel einer solchen Stellung an.

Ergänzung (Schachregeln):

Ein Feld gilt als kontrolliert, wenn eine Figur in einem Zug auf dieses Feld ziehen kann oder wenn bereits eine Figur auf diesem Feld steht.

Ein Turm zieht beliebig viele Felder geradeaus – horizontal oder vertikal, darf dabei aber über keine andere Figur springen.

Ein König zieht nur auf ein unmittelbar benachbartes Feld, d. h. auf ein Feld im Abstand 1 in horizontaler, vertikaler oder diagonaler Richtung.

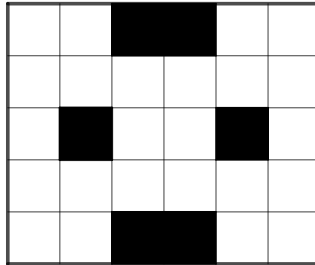
Antwort: 4.

				<i>K</i>				<i>K</i>	
				<i>K</i>				<i>K</i>	
			<i>T</i>						
		<i>T</i>							
	<i>T</i>								
<i>T</i>									

23. Affen brachten Mogli Nüsse. Unterwegs stritten sich die Affen, und jeder Affe warf jedem der anderen je eine Nuss an den Kopf. Dadurch blieben für Mogli nur 101 Nüsse übrig. Es ist bekannt, dass jeder Affe die gleiche Anzahl von Nüssen trug. Wie groß war diese Anzahl?

Antwort: 101.

24. Zerschneide das Rechteck in paarweise verschiedene Figuren aus fünf Quadraten, so dass in jedem Teil genau ein schwarzes Quadrat liegt.



Antwort:

